POSUDEK

BAKALÁŘSKÉ PRÁCE DANY BARTOŠOVÉ

Variace Brouwerovy věty o pevném bodě

V předložené bakalářské práci se Dana Bartošová zabývá problémy okolo Brouwerovy věty o pevném bodu. Stručně k obsahu práce. Po úvodních motivačních kapitolách a základních definicích následuje centrální kapitola o ekvivalentních formulacích Brouwerovy věty a čtyřech různých jejích důkazech (kombinatorický, analytický, pomocí teorie grafů či topologického stupně). To samo o sobě by na bakalářskou práci stačilo. Poslední dvě kapitoly se týkají rozšíření analogické věty pro kompaktní zobrazení a některých aplikací.

Pokud jde o zpracování, je na velice pěkné úrovni, angličtina velice slušná (pouze používání členů u podstatných jmen by mohlo být lepší). Moje podstatná připomínka se spíše týká množství materiálu. Rozhodně bych doporučil zúžit materiál práce, raději se zabývat méně témata, ale na druhé straně se více věnovat detailnějším argumentům. Skoro se mi zdá, že některé pasáže práce musejí být nad síly D. Bartošové, respektive porozumění těmto partiím (mohu se ale mýlit). To se týká zejména posledních dvou kapitol.

Nyní některé konkrétní připomínky (samozřejmě si na ně umím odpovědět; bakalářská práce ovšem vyžaduje leckdy podrobnější zdůvodnění a ne pouze konstatování, že to či ono zobrazení je spojité):

a) drobné přepisy či nedostatky:

- str. 7, 6 řádek shora – B^{∞} není definováno
- definice 3.2.1 není v pořádku (co by se rozumělo lineárním zobrazením na otevřené množině ?)
- upřesnit definici 3.2.2 (co je B^n ?)
- str. 12 (FinaSlly, simpleces); str. 24 (má být to construct a retraction f^*); str. 35 (geomtery); Definition 6.3.1 (three ?)
- definice 4.3.14 topologického stupně není zcela v pořádku hodnotami jsou celá čísla a měly by se uvažovat pouze omezené otevřené množiny
- myslel jsem, že Theorem 4.3.15 dokázal v konečné dimenzi sám Brouwer v roce 1912

b) drobnější připomínky zasluhující objasnění:

- str.15 – chtělo by objasnit, jak se definuje zobrazení g a proč je spojité a neodvolávat se na analytický důkaz
- v práci se vyskytují některé pojmy, které se nikde nedefinují, kupř. topologický vektorový prostor; lokálně konvexní lineární prostor; Hilbertova kostka (v jakém Hilbertově prostoru se uvažuje ?)
- proč zobrazení g v důkazu Theorem 6.1.1 je spojité ?
- proč zobrazení f v důkazu Theorem 6.1.4 je spojité ? (tady by to skutečně vyžadovalo zdůvodnění !)
- jak z Proposition 5.1.2 plyne Proposition 6.2.4 (potřebujeme uzavřenou množinu A)
- Brouwerova věta se vyslovuje a dokazuje pro tři základní útvary – jednotkovou kouli, krychli či simplex (věty 4.2.4, 4.3.1, 4.3.12 a 4.3.11; odkud je zřejmé, že z důkazu pro

jednu situaci plyne věta i pro druhé ? –viz Observation 6.2.2); uvítal bych, kdyby se ukázalo, že ony tři útvary jsou homeomorfní
• mělo by se pořádně ověřit, že zobrazení f^* na str. 24 je retrakce; proč můžeme předpokládat, že $(g^*)'$ na téže stránce je omezené ?
• proč $a_n \to x$ na str. 28; na téže stránce– proč $\operatorname{conv}(N)$ je homeomorfní konečně dimenzionální uzavřené kouli ?

c) závažnější připomínky zasluhující objasnění:

• tvrdí se, že Theorem 3.2.4 je speciálním případem Stone–Weierstrassovy věty – pokud je to pravda, chtělo by to zdůvodnění (jedná se o zobrazení do vícerozměrného prostoru; co je supremová norma na prostoru $C(G)$?, G je otevřená ?)
• str.12 – jak se aplikuje Strone–Weierstrassova věta ?, zde je B^n uzavřená koule

Z literatury k danému tématu bych ještě doporučil monografii V. Istratescu, Fixed point theory (1981) či článek T. Traynora, An easy analytic proof of Brouwer's fixed point theorem (1996).

Svými připomínkami k předložené práci nechci nikterak snižovat její úroveň. Domnívám se totiž, že práce Dany Bartošové je kvalitní a rozhodně přesahuje svým zpracováním nároky kladené na běžnou bakalářskou práci. Dokonce jsem přesvědčen, že po odstranění některých nedostatků by mohla být uznána jako dobrá kompilační diplomová práce.

12. června 2006

KMA MFF UK